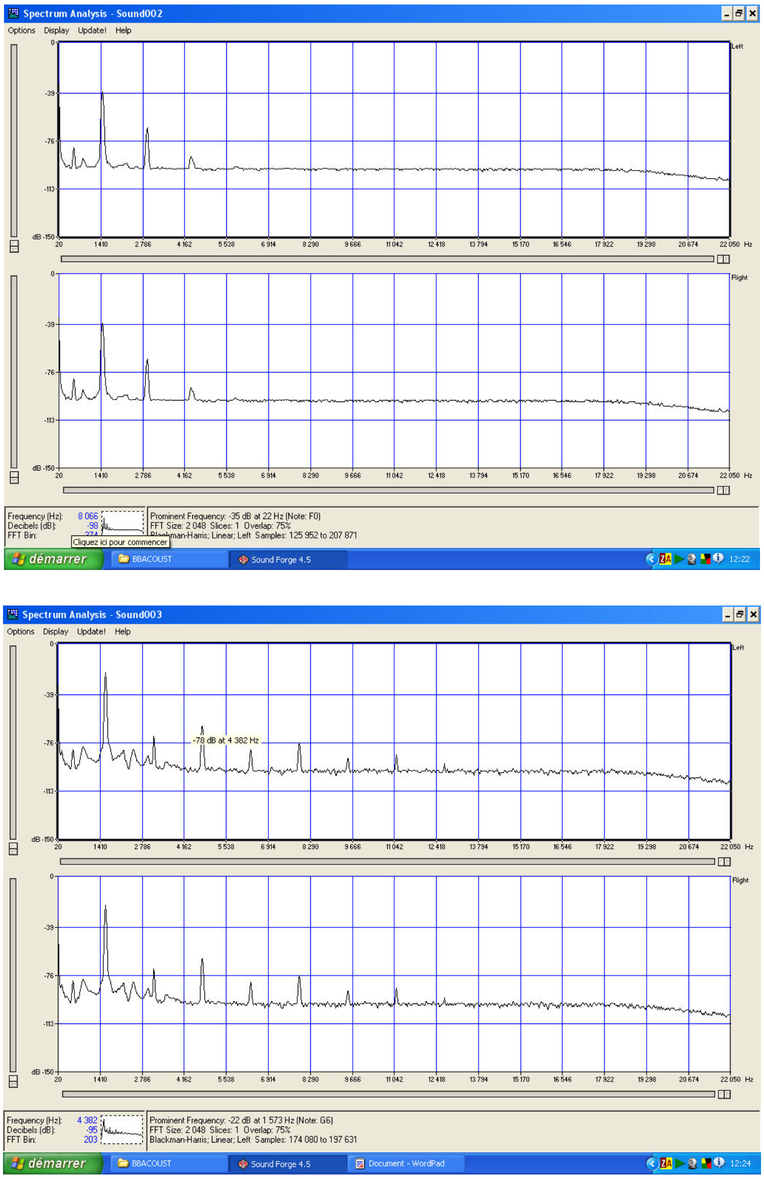
Dissipation viscothermique dans les instruments à vent. Influence de la nature et de la rugosité de la paroi

Introduction

A chaque période, la température du gaz en un point donné de la colonne d'air d'un instrument à vent subit une variation de l'ordre d'une fraction de °C. Cette variation de température induit des transferts thermiques entre la colonne d'air et la paroi. Les dissipations dues à ce transfert de chaleur contribuent à l'amortissement de la résonance dans le tuyau et affectent notablement l'autoentretien du son et le timbre de l'instrument. Une expérience simple permet de s'en convaincre : il suffit d'introduire une languette de papier buvard dans une flûte pour modifier son timbre et dégrader son émission (Fig. 1). A l'inverse, huiler ou polir l'intérieur d'un tube de flûte rugueux enrichit considérablement le timbre et rend le son émis plus puissant.



a

b

Figure 1 : Spectre d'un sol 2 de flûte à bec soprano avec (a) et sans (b) une languette de papier buvard introduite dans le tuyau.
L'introduction de la languette de papier ne modifie pratiquement pas le diamètre de la perce ; en revanche, il augmente sa rugosité effective.
On constate que le son avec la languette est moins puissant et riche en harmoniques que celui sans la languette.

Dans quelle mesure la nature du matériau et la rugosité du tube d'un instrument à vent peuvent ils influencer le son produit ? Jusqu'où est-il nécessaire d'aller dans le poli des parois intérieures de l'instrument ? Le texte qui suit tente de répondre à ces questions à partir de considérations physiques simples.

Cartes de température, Flux de chaleur et Profondeur de peau
Pour répondre à la question ci-dessus, on commence par établir la carte de température dans l'air contenu dans le tube et dans la paroi.

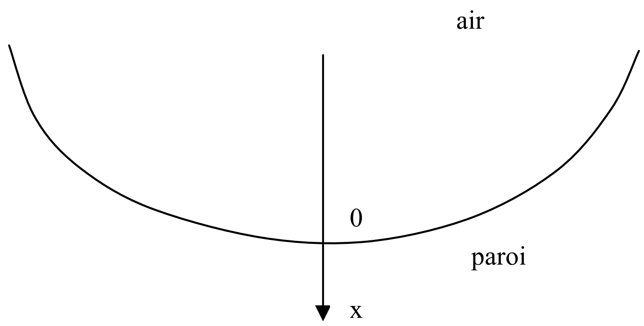


Figure 2 : Convention de signe pour les coordonnées

On écrit l'équation de la chaleur appliquée à la paroi et à la colonne d'air,

$$\dot{T} = D.T''$$

où D est la diffusivité thermique de l'air ou du matériau de paroi :

$$D = \frac{\lambda}{\rho.C},$$

où λ, ρ et C sont respectivement la conductivité thermique, la densité et la capacité calorifique de l'air et du matériau de la paroi.
On suppose que tous les transferts de chaleur se font par conduction, aussi bien dans le matériau de paroi que dans l'air. Cette dernière hypothèse est évidemment justifiée pour le matériau de paroi ; Comme on le verra par la suite, elle l'est également pour l'air, à cause de la petitesse de l'épaisseur de peau affectée par les échanges thermiques entre les deux milieux.
On suppose l'interface quasi plan et on prend pour conditions aux limites :

- Loin de l'interface, à l'intérieur de la paroi du tube, $T_p(x = \infty) = T_0$;
- Loin de l'interface, dans la colonne d'air, $T_a(x = -\infty) = T_0 + \tau_0.e^{i\omega t}$ où ω la pulsation de l'onde sonore dans le tube ; Comme dans toute transformation adiabatique, l'amplitude τ_0 des oscillations de température dans la colonne d'air est reliée à l'amplitude p_0 des oscillations de pression via
$$\tau_0 = \frac{(\gamma - 1).p_0 T_0}{\gamma.P_0}.$$
- A l'interface, la continuité de la température et du flux de chaleur impose :
$$T_a(x = 0^-) = T_p(x = 0^+)$$
$$\lambda_a.T_a'(x = 0^-) = \lambda_p.T_p'(x = 0^+).$$

La résolution de ces équations donne le champ de température dans les deux milieux :

$$T_p(x,t) = T_0 + \tau_p.\exp(-\sqrt{\frac{i\omega}{D_p}}.x).e^{i\omega.t} \;;$$

$$T_a(x,t) = T_0 + (\tau_0 + \tau_a.\exp(\sqrt{\frac{i\omega}{D_a}}.x)).e^{i\omega.t}$$

où

$$\tau_p = \frac{\tau_0}{1+\frac{\lambda_p}{\lambda_a}.\sqrt{\frac{D_a}{D_p}}}\ ,\quad \tau_a = \frac{-\tau_0}{1+\frac{\lambda_a}{\lambda_p}.\sqrt{\frac{D_p}{D_a}}}$$

Le profil de température dans la paroi a l'allure suivante (Figure 3) :

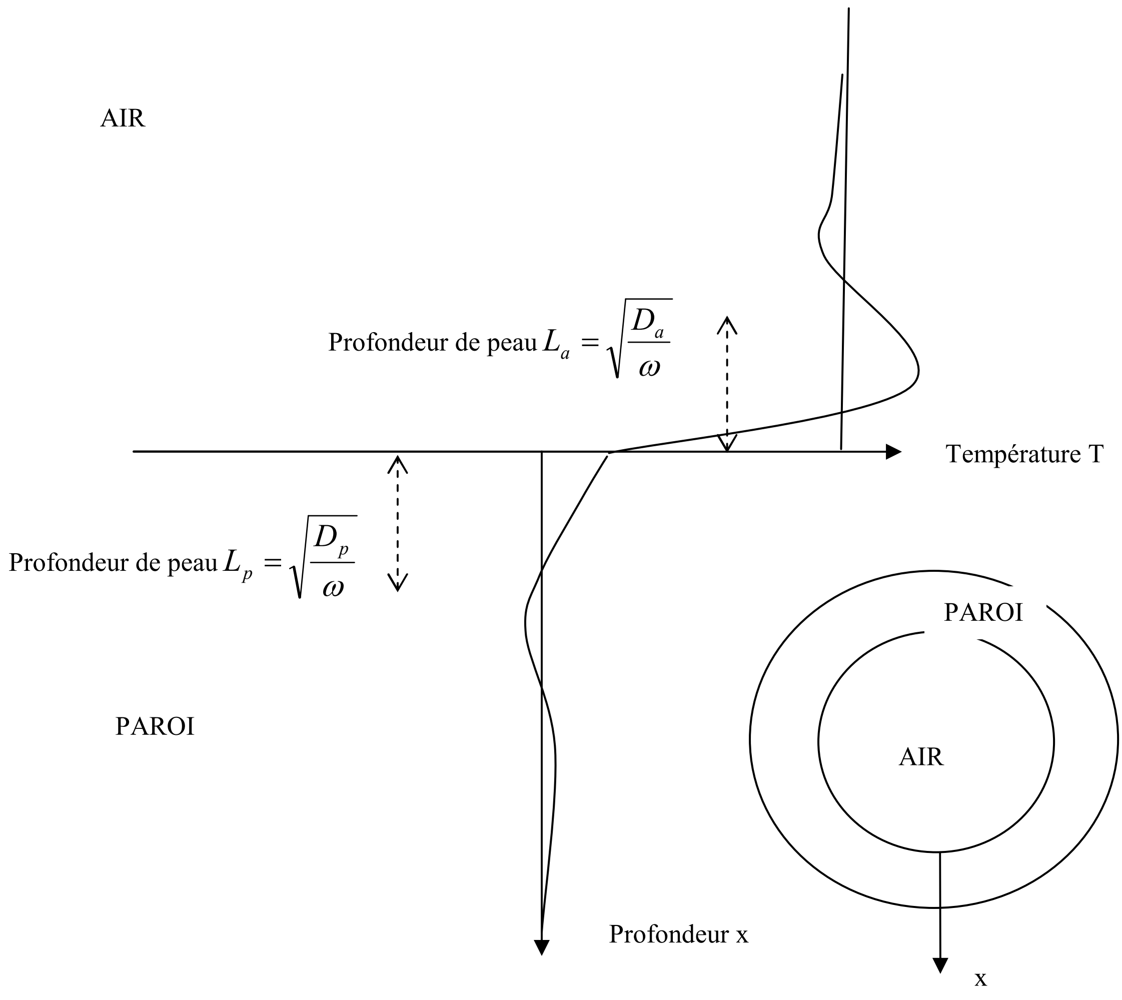


Figure 3. Le profil de température au voisinage de la paroi du tube.

La quantité τ_p est l'amplitude des oscillations de température au voisinage de la paroi.
Si la paroi est parfaitement conductrice de la chaleur, cette amplitude tend vers 0. A l'inverse, si la paroi est parfaitement isolante, τ_p tend vers τ_0. Les paramètres thermiques des matériaux de paroi courants (bois, plastique, céramique, métal) sont tabulés dans le tableau 1. Ils permettent d'évaluer τ_p : l'amplitude des oscillations de température à la paroi est très faible, de 1/100ème à 1/10 000ème de l'amplitude τ_0 des

oscillations de température dans l'air du tube pour du bois ou du métal respectivement. On peut donc supposer très raisonnablement que ladite amplitude est nulle, et considérer la paroi comme isotherme, quel que soit son matériau constitutif.
Tout cela ne dit pas encore clairement si l'amortissement de l'onde sonore sera différent pour un tube conducteur ou pour un tube isolant. Pour répondre à cette question, calculons le flux de chaleur à la paroi en utilisant les cartes de température établies précédemment.

Le flux de chaleur à la paroi vaut

$$\Phi = \lambda . T'(x=0) = -\tau_0 . \sqrt{i\omega} . \frac{\sqrt{\lambda_a . \rho_a . C_a}\sqrt{\lambda_p . \rho_p . C_p}}{\sqrt{\lambda_a . \rho_a . C_a} + \sqrt{\lambda_p . \rho_p . C_p}} .$$

Si la paroi est parfaitement isolante, ledit flux de chaleur s'annule. Dans ce cas, on n'attend donc aucun amortissement de l'onde sonore induit par transfert de chaleur. Si au contraire la paroi est parfaitement conductrice, l'expression de Φ se simplifie et devient :

$$\Phi_{\max} = -\tau_0 . \sqrt{i\omega} . \sqrt{\lambda_a . \rho_a C_a} .$$

Le rapport Φ/Φ_{max} est tabulé dans le tableau 1 pour différents matériaux de paroi. On constate que dans tous les cas, le flux de chaleur Φ est en fait très proche de la limite Φ_{max}, quel que soit le matériau constitutif de la paroi, car tous les matériaux de paroi envisageables dans la pratique (bois, plastique, métal) se comportent comme de bons conducteurs de la chaleur comparés à l'air.
Du point de vue de l'amortissement thermique, tous les matériaux de paroi se valent donc. On verra par la suite comment cette conclusion doit être modifiée dans le cas d'une paroi rugueuse.

	Bois	plastique	Céramique (verre)	Alliage métallique (laiton, maillechort)	Cuivre	Or	Argent		Air
λ_p ($Wm^{-1}K^{-1}$)	0.2	0.2	0.7	40 environ	400	320	430		λ_a=0.02
ρ_p ($Kg.m^{-3}$)	1000	1200	2500	8000 environ	8960	19300	10500		ρ_a=1.2
C_p ($J.Kg^{-1}$)	1600	1600	700	400 environ	400	130	236		C_a=500
$\dfrac{\tau_p}{\tau_0}$	6.10^{-3}	$5.6\ 10^{-3}$	$3.2\ 10^{-3}$	$3.2\ 10^{-4}$	$9.\ 10^{-5}$	$1.2\ 10^{-4}$	$1.1\ 10^{-4}$		
$D_p = \dfrac{\lambda_p}{\rho_p . C_p}$ ($m^2.s^{-1}$)	$1.2\ 10^{-7}$	$1.1\ 10^{-7}$	$4.1\ 10^{-7}$	$1.3\ 10^{-5}$	$1.1\ 10^{-4}$	$1.3\ 10^{-4}$	$1.7\ 10^{-4}$		$D_a=2.10^{-5}$
$\dfrac{\Phi}{\Phi_{\max}}$	0.994	0.994	0.997	0.9997	0.9999	0.9999	0.9999		

Tableau 1 : Les paramètres thermiques pour différents matériaux de paroi.

Dans les deux milieux, la profondeur de la zone affectée thermiquement par les variations de température vaut :

$$L_p = \sqrt{\frac{D_p}{\omega}} \ , \ L_a = \sqrt{\frac{D_a}{\omega}} .$$

La figure 6 donne la profondeur de peau dans l'air pour différentes fréquences. On voit que seules les premières dizaines de microns de la colonne d'air au voisinage du tube ont une température perturbée par le voisinage de la paroi.
La petitesse de cette épaisseur de peau laisse à penser que la rugosité de la surface peut éventuellement avoir un rôle dans les phénomènes dissipatifs en jeu.

Prise en compte de la rugosité

Dans le cas d'une paroi rugueuse, les équations ci-dessus doivent être transformées pour prendre en compte les surfaces d'échange réelles. On se contentera ici d'une analyse simple, en distinguant deux cas-limites :

Si la rugosité du tube est très inférieure à la profondeur de peau L_a, l'influence de l'état de surface du tube est minime, car le front thermique est pratiquement plan, indépendant des détails de la géométrie de la surface (fig.4). Tout se passe alors comme si la paroi était parfaitement lisse.

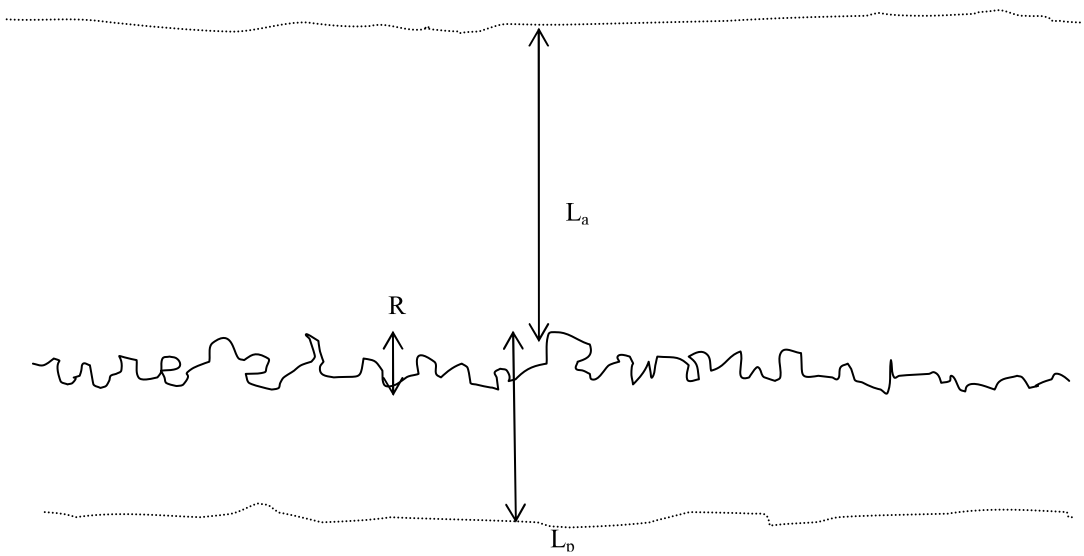


Fig. 4 Vue microscopique de la paroi pour un tube peu rugueux.

Si au contraire la rugosité R est très supérieure à L_a, les transferts thermiques sont directement proportionnels à la surface libre réelle (microscopique) de la perce, laquelle peut être beaucoup plus importante que la surface apparente (macroscopique) (fig. 5). L'état de surface du tube a alors une grande importance sur l'amortissement de la résonance.

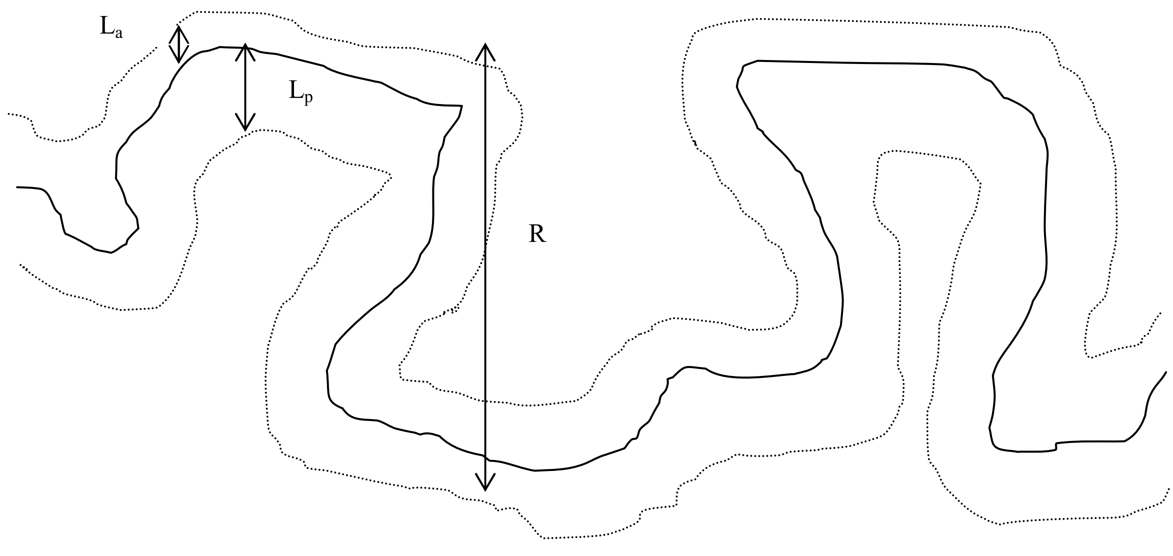


Fig.5. Vue microscopique de la paroi pour un tube très rugueux

Ce qui limite le transfert de chaleur entre l'air et la paroi, c'est la conduction dans l'air, pas dans la paroi, car cette dernière se comporte dans tous les cas pratiques comme un conducteur quasi parfait. On comprend donc que la profondeur de peau L_p dans la paroi ne joue aucun rôle dans l'analyse ci-dessus.

La fig. 6 montre la dépendance en fréquence de la profondeur de peau dans l'air, et la relation entre la rugosité et cette profondeur de peau.

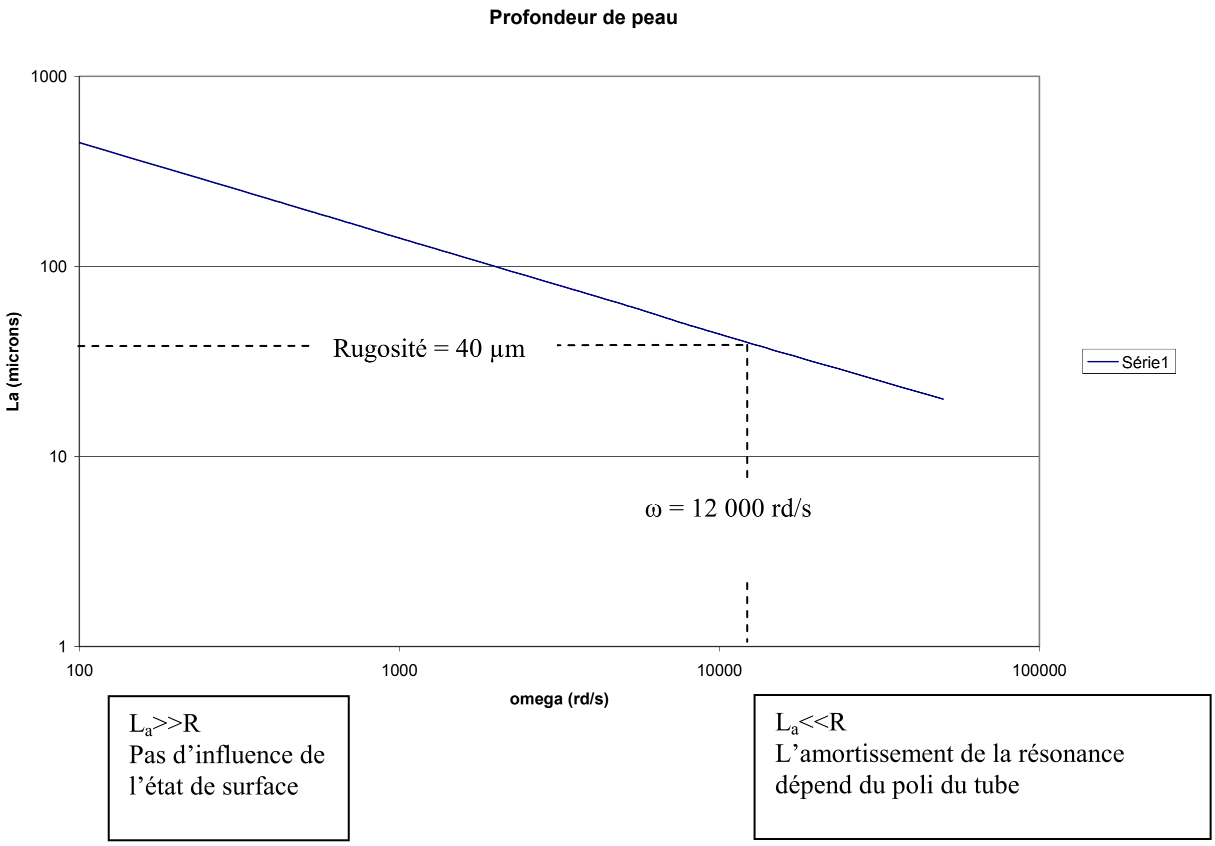


Figure 6 : La profondeur de peau de la zone affectée thermiquement dans l'air en fonction de la pulsation. Sur l'exemple ci-dessus, on voit qu'un tube avec une rugosité de 40 µm amortit la propagation des ondes de pulsation supérieure à 12 000 rd/s, soit 1900 Hz.

Comme le montre le graphique de la figure 6, c'est pour les hautes fréquences que la résonance dépend le plus du poli du tube. Ceci permet de comprendre comment le timbre est affecté : ce sont surtout les harmoniques aigus qui sont amortis dans un tube rugueux.
Pour la même raison, ce sont les instruments aigus qui devront être particulièrement soignés et polis.

L'influence du matériau du tube et de sa rugosité sur l'amortissement
Ce qui précède peut être résumé simplement :
-La nature du matériau constitutif de la paroi n'a pratiquement aucune influence sur l'amortissement du son dans le tuyau. A état de surface égal (même rugosité), les matériaux isolants (bois, plastique) auraient un léger avantage sur les matériaux conducteurs (métaux), mais, comme le montrent les chiffres du tableau 1, ce dernier avantage est si mince qu'on peut le négliger ! On constate en particulier que l'or, le cuivre et l'argent ne se différencient guère du point de vue des pertes viscothermiques. Si le son qu'ils donnent aux instruments se distingue, ce doit être pour d'autres raisons…

-La nature du matériau peut en revanche intervenir par le poli que le facteur peut donner à la perce. La rugosité de la paroi joue un rôle important sur l'amortissement, particulièrement aux hautes fréquences. Quel que soit le matériau de paroi, la fig. 6 indique que les pulsations inférieures à 100 000 rd/s (soit 16 000 Hz) ne seront pas particulièrement amorties dans un tube de rugosité 10 µm. De telles fréquences sont notablement au-delà des fréquences musicales, mais certains harmoniques produits par des instruments à vent comme la trompette peuvent aller jusque là et peuvent faire une différence pour l'oreille. Ce critère de 10 µm peut être satisfait avec des tubes métalliques industriels. En revanche, il est quasiment inaccessible avec des tubes en bois. Dans ce dernier cas, l'état de surface que le facteur a donné au tube aura une influence prépondérante sur le timbre et l'émission de l'instrument. Typiquement, si on veut éviter d'amortir les pulsations inférieures à 12 000 rd/s, soit 1900 Hz, ce qui est une exigence très modeste, il faut descendre jusqu'à un poli de 40 µm. Ce résultat ne peut être atteint en laissant le bois nu, car les pores du bois ont en général des dimensions supérieures à cette valeur. Cependant, des artifices existent. Certains facteurs imprègnent leurs bois de paraffine, avec un gain sensible sur la puissance sonore et la richesse du timbre. D'autres huilent la perce. Le grand facteur de flûtes à bec Frederic Morgan vernissait l'intérieur de ses flûtes. A l'inverse, il se peut aussi que la décision du facteur de laisser de la rugosité en paroi soit délibérée, s'il souhaite adoucir le son et appauvrir son spectre. Tous les moyens sont bons, il suffit de les employer en connaissance de cause !

Conclusion

Finalement, l'influence des matériaux de paroi sur le timbre des instruments à vent n'est peut-être pas complètement une légende !